SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO PHÚ THỌ

TRƯỜNG THPT YÊN LẠC

Mã đề: 1122

ĐỀ KHẢO SÁT LẦN 1
NĂM HỌC 2026-2027

MÔN TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút

Họ và tên thí sinh: ..... **Số báo danh:** .....

PHẦN I. (3,0 *điểm*) **Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}+3\tan x=0$ là

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$. **C.** $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$.

Câu 2: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC vuông tại $B, AC=2a, BC=a$, $SB=2a\sqrt{3}$. Góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 3: Biết đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{5x+1}+ax+b}{(x-3)^2}$ không có tiệm cận đứng. Giá trị $a+b$ bằng:

A. $\frac{29}{8}$. **B.** $\frac{-11}{4}$. **C.** $\frac{-27}{8}$. **D.** $\frac{-39}{8}$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$		-1		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là:

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Giá trị $\overline{AB}.\overline{C'A'}$ bằng

A. $-a^2$. **B.** a^2. **C.** $a^2\sqrt{2}$. **D.** $-a^2\sqrt{2}$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $0,2^x>1$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y=2^x$ là

A. $y'=\frac{2^x}{\ln 2}$. **B.** $y'=x.2^{x-1}$. **C.** $y'=2^x$. **D.** $y'=2^x\ln 2$.

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_2=3; u_5=9$. Công sai của cấp số cộng là

A. $d=1$. **B.** $d=3$. **C.** $d=4$. **D.** $d=2$.

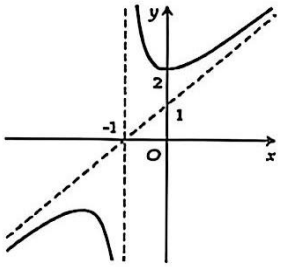
Câu 9: Xác suất bắn trúng mục tiêu của một vận động viên khi bắn một viên đạn là 0,6. Người đó bắn hai viên đạn một cách độc lập. Xác suất để một viên trúng mục tiêu và một viên trượt mục tiêu là

A. 0,24. **B.** 0,45. **C.** 0,48. **D.** 0,4.

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vectơ đúng:

A. $\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.
B. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.
D. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AD}$.

Câu 11: Đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x^2+2x}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=x^3+2x+1$.

Câu 12: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng của miền xác định.
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.
D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

PHẦN II. (4,0 *điểm*) **Câu trắc nghiệm đúng sai.** *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2-1$.

a) Hàm số có 2 cực trị

b) Hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$

c) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận

d) Có 5 giá trị nguyên của m để phương trình $x^3-3x^2-1=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=e^x-3x$.

a) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ là $x=\log_3 e$.

b) $\min\limits_{[0;3]} f(x)=3-2\ln 2$.

c) Đạo hàm của hàm số $f'(x)=xe^{x-1}-3$.

d) Hàm số có 1 cực trị

Câu 3: Cho hộp $ABCD.A'B'C'D'$, có đáy là hình chữ nhật tâm O, cạnh $AB=2a, AD=2a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $ABCD$ là tâm O, góc giữa AA' và mặt đáy bằng $30°$

a) Góc giữa 2 vectơ $\overrightarrow{A'B},\overrightarrow{B'D'}$ là góc $A'BD$

b) $A'O = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

c) Khoảng cách giữa 2 đường thẳng $A'B'$ và BC là 2a

d) Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(A'BD)$ là $30°$

Câu 4: Có hai hộp đựng bi. Hộp 1 đựng 6 bi trắng, 4 bi đỏ. Hộp 2 đựng 5 bi trắng, 5 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp 1 sang hộp 2, sau đó lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp 2.

a) Xác suất lần 1 lấy được 2 viên bi đỏ từ hộp 1 bỏ sang hộp 2 là $\frac{4}{15}$

b) Xác suất lần 1 lấy được 1 viên bi trắng và 1 viên bi đỏ từ hộp 1 bỏ sang hộp 2 là $\frac{3}{5}$

c) Xác suất lần 1 lấy được 2 viên bi trắng từ hộp 1 bỏ sang hộp 2 là $\frac{1}{3}$

d) Xác suất lần 2 lấy được 1 viên bi đỏ từ hộp 2 là $\frac{29}{60}$.

PHẦN III. (3,0 *điểm*) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.*

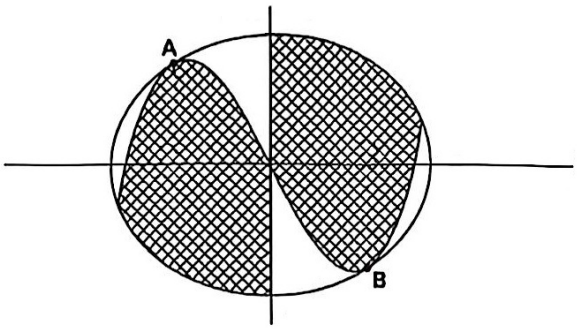
Câu 1: Có 9 người cùng lên 3 toa tầu mang số lần lượt là 1,2,3. Trong 9 người này thì có 4 bạn An, Bình, Cường, Duy. Bạn An sẽ lên cùng toa với ít nhất một trong hai bạn Bình và Cường nhưng nhất định không lên cùng toa với bạn Duy. Đối với bạn Duy, nếu không lên cùng toa với Cường thì Duy sẽ ở riêng 1 toa. Biết rằng không có toa nào chứa đúng 5 khách. Hỏi có bao nhiêu cách để 9 người lên 3 toa tầu thoả mãn *tất cả các điều kiện trên*?

Câu 2: Cho 2 số thực dương x, y thoả mãn $2^y + y = 2x + \log_2\left(x + 2^{y-1}\right)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x}{y}$ bằng bao nhiêu, biết kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 3: Một ô tô đang chạy với vận tốc $10(m/s)$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)$ trong đó t là khoảng thời gian được tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Biết quãng đường ô tô di chuyển được là $s(t) = -t^2 + 10t$. Hỏi sau bao lâu kể từ lúc đạp phanh thì xe ô tô dừng hẳn?

Câu 4: Khu trò chơi trẻ em Gấu Misa hiện có khách lượng ổn định mỗi ngày là 1.000 khách. Mỗi khách vào cổng mua vé giá 40.000 đồng. Một cuộc khảo sát cho thấy cứ mỗi lần giảm 2.000 đồng giá vé, khu trò chơi có thể có thêm 100 khách. Để doanh thu thu được là tối đa, khu trò chơi nên bán vé với giá là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 5: Trường Mầm non xây dựng một khuôn viên có hình dạng là 1 elip có độ dài trục lớn là 10m, độ dài trục bé là 8m. Để tăng tính thẩm mỹ, khi thực hiện đã chia khuôn viên thành 2 phần bằng 1 đường cong là một phần của đồ thị hàm số bậc ba có dạng $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Phần gạch chéo dùng để trồng hoa và phần còn lại dùng để trồng cỏ. Biết đồ thị hàm số bậc ba có tâm đối xứng trùng với tâm đối xứng của elip và tiếp xúc với elip lần lượt tại hai điểm A, B (với A, B là giao điểm của elip với hai đường thẳng đi qua tiêu điểm của elip, đồng thời song song với trục bé như hình vẽ. Tính tổng $S = a + b + c + d$ (Làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 6: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = AB$. Số đo góc nhị diện $[B, SC, D]$ bằng bao nhiêu độ?

------- Hết -------

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO

Được tạo bằng AI · thuvientoanhoc.com

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1. $\sqrt{3}+3\tan x=0\Leftrightarrow \tan x=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. Chọn C.

Câu 2. Ta có $BC\perp AB$, $BC\perp SA$ nên $BC\perp(SAB)$. Kẻ $AH\perp SB$ tại H thì $AH\perp BC$, suy ra $AH\perp(SBC)$. Do đó hình chiếu của SA lên (SBC) là SH, góc giữa SA và (SBC) là $\widehat{ASB}$. Ta có $AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=a\sqrt{3}$, $\sin\widehat{ASB}=\dfrac{AB}{SB}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2a\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}$ nên $\widehat{ASB}=30^\circ$. Chọn D.

Câu 3. Đặt $g(x)=\sqrt{5x+1}+ax+b$. Nếu $g(3)\neq 0$ thì $x=3$ là tiệm cận đứng, nên $g(3)=0\Leftrightarrow 4+3a+b=0\Leftrightarrow b=-4-3a$.

Khi đó $g(x)=\sqrt{5x+1}-4+a(x-3)=\dfrac{5(x-3)}{\sqrt{5x+1}+4}+a(x-3)=(x-3)\left(\dfrac{5}{\sqrt{5x+1}+4}+a\right)$.

Suy ra $y=\dfrac{\dfrac{5}{\sqrt{5x+1}+4}+a}{x-3}$ với $x\neq 3$. Nếu $\dfrac{5}{8}+a\neq 0$ thì $x=3$ là tiệm cận đứng, nên $a=-\dfrac{5}{8}$, $b=-4+\dfrac{15}{8}=-\dfrac{17}{8}$.

Thử lại: với $a=-\dfrac{5}{8}$ thì $\dfrac{5}{\sqrt{5x+1}+4}-\dfrac{5}{8}=\dfrac{5\left(4-\sqrt{5x+1}\right)}{8\left(\sqrt{5x+1}+4\right)}=\dfrac{-25(x-3)}{8\left(\sqrt{5x+1}+4\right)^2}$, suy ra $y=-\dfrac{25}{8\left(\sqrt{5x+1}+4\right)^2}$ với $x\neq 3$, $\lim\limits_{x\to 3}y=-\dfrac{25}{512}$ nên đồ thị không có tiệm cận đứng.

Vậy $a+b=-\dfrac{22}{8}=-\dfrac{11}{4}$. Chọn B.

Câu 4. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua $x=-1$, $x=0$, $x=2$, $x=3$ nên hàm số có 4 điểm cực trị. Chọn B.

Câu 5. Ta có $\overrightarrow{C'A'}=\overrightarrow{CA}$ nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{C'A'}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CA}=-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-AB.AC.\cos 45^\circ=-a.a\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2}=-a^2$.

Chọn A.

Câu 6. $(0,2)^x>1\Leftrightarrow(0,2)^x>(0,2)^0\Leftrightarrow x<0$ (vì $0<0,2<1$). Tập nghiệm $(-\infty;0)$. Chọn C.

Câu 7. $y'=2^x\ln 2$. Chọn D.

Câu 8. $u_5 - u_2 = 3d \Rightarrow 3d = 6 \Rightarrow d = 2$. Chọn D.

Câu 9. Xác suất cần tìm là $0,6.0,4 + 0,4.0,6 = 0,48$. Chọn C.

Câu 10. Theo quy tắc hình hộp tại đỉnh D: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB'}$. Chọn A.

Câu 11. Đồ thị có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận xiên đi qua các điểm $(-1;0)$, $(0;1)$ là $y = x + 1$ nên loại C, D. Đồ thị đi qua điểm $(0;2)$; với A thì $y(0) = 0$, với B thì $y(0) = 2$. Chọn B.

Câu 12. Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$, $y' = \dfrac{3}{(x+2)^2} > 0$ với mọi $x \neq -2$ nên hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$. Chọn D.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1. $f'(x) = 3x^2 - 6x$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$. Ta có $f'(x) > 0$ trên các khoảng $(-\infty;0)$, $(2;+\infty)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(0;2)$. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$, nghịch biến trên $(0;2)$, $f_{CĐ} = f(0) = -1$, $f_{CT} = f(2) = -5$.

a) $f'(x)$ đổi dấu qua $x = 0$ và $x = 2$ nên hàm số có 2 cực trị. Đúng.

b) $y' = (2x+2).f'(x^2+2x)$. Với $x \in (-1;0)$ thì $2x + 2 > 0$ và $t = x^2 + 2x \in (-1;0)$, khi đó $f'(t) = 3t(t-2) > 0$. Suy ra $y' > 0$ trên $(-1;0)$, hàm số đồng biến trên $(-1;0)$. Sai.

c) Hàm số đa thức bậc ba nên đồ thị không có đường tiệm cận. Đúng.

d) Từ sự biến thiên và các giá trị $f_{CĐ} = -1$, $f_{CT} = -5$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -5 < m < -1$, nên $m \in \{-4;-3;-2\}$, có 3 giá trị nguyên. Sai.

Câu 2. $f'(x) = e^x - 3$.

a) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x = 3 \Leftrightarrow x = \ln 3$, mà $\log_3 e = \dfrac{1}{\ln 3} \neq \ln 3$. Sai.

b) Ta có $\ln 3 \in (0;3)$, $f'(x) < 0$ với $x \in [0;\ln 3)$ và $f'(x) > 0$ với $x \in (\ln 3;3]$ nên $\min\limits_{[0;3]} f(x) = f(\ln 3) = 3 - 3\ln 3 \neq 3 - 2\ln 2$. Sai.

c) $f'(x) = e^x - 3$. Sai.

d) $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x = \ln 3$ nên hàm số có 1 cực trị. Đúng.

Câu 3. Vì $A'O \perp (ABCD)$ nên góc giữa AA' và đáy là $\widehat{A'AO} = 30^\circ$. Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 4a$, $AO = OC = 2a$.

a) Vì $\overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{BD}$ nên $\left(\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{B'D'}\right) = \left(\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{BD}\right) = 180^\circ - \widehat{A'BD}$. Tam giác $A'OB$ vuông tại O nên $\widehat{A'BD} < 90^\circ$, do đó góc giữa hai vectơ không phải là góc $A'BD$. Sai.

b) $A'O = AO.\tan 30^\circ = \dfrac{2a}{\sqrt{3}} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. Đúng.

c) Hai đường thẳng $A'B'$ và BC chéo nhau. Vì $A'B' \parallel AB$ nên $A'B' \parallel (ABCD)$, mà $(ABCD)$ chứa BC. Suy ra $d(A'B', BC) = d(A'B', (ABCD)) = d(A', (ABCD)) = A'O = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3} \neq 2a$. Sai.

d) Mặt phẳng $(A'BD)$ chứa $A'O \perp (ABCD)$ nên $(A'BD) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến BD. Kẻ $CK \perp BD$ tại K thì $CK \perp (A'BD)$, nên góc giữa $A'C$ và $(A'BD)$ là $\widehat{CA'K}$.

$CK = \dfrac{BC.CD}{BD} = \dfrac{2a\sqrt{3}.2a}{4a} = a\sqrt{3}$, $A'C = \sqrt{A'O^2 + OC^2} = \sqrt{\dfrac{4a^2}{3} + 4a^2} = \dfrac{4a}{\sqrt{3}}$.

$\sin\widehat{CA'K} = \dfrac{CK}{A'C} = \dfrac{3}{4} \neq \sin 30^\circ$. Sai.

Câu 4. Số cách lấy 2 viên bi từ hộp 1 là $C_{10}^2 = 45$.

a) Xác suất lấy được 2 bi đỏ là $\dfrac{C_4^2}{45} = \dfrac{6}{45} = \dfrac{2}{15}$. Sai.

b) Xác suất lấy được 1 bi trắng và 1 bi đỏ là $\dfrac{6.4}{45} = \dfrac{8}{15}$. Sai.

c) Xác suất lấy được 2 bi trắng là $\dfrac{C_6^2}{45} = \dfrac{15}{45} = \dfrac{1}{3}$. Đúng.

d) Số phần tử của không gian mẫu là $C_{10}^2.12 = 45.12 = 540$ (lấy 2 bi từ hộp 1, sau đó lấy 1 bi từ hộp 2 lúc này có 12 bi). Số kết quả lần 2 lấy được bi đỏ: chuyển 2 bi đỏ (hộp 2 có 7 bi đỏ) có $6.7 = 42$; chuyển 1 bi trắng, 1 bi đỏ (hộp 2 có 6 bi đỏ) có $24.6 = 144$; chuyển 2 bi trắng (hộp 2 có 5 bi đỏ) có $15.5 = 75$. Xác suất cần tìm là $\dfrac{42+144+75}{540} = \dfrac{261}{540} = \dfrac{29}{60}$. Đúng.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Gọi 5 người còn lại là "người khác".

Trường hợp 1: Duy cùng toa với Cường. Khi đó An không cùng toa với Duy nên An không cùng toa với Cường, suy ra An cùng toa với Bình. Chọn toa cho Duy, Cường: 3 cách; toa cho An, Bình: 2 cách. Xếp 5 người khác vào 3 toa: $3^5 = 243$ cách, trong đó có toa chứa đúng 5 khách khi: toa Duy, Cường thêm đúng 3 người ($C_5^3.2^2 = 40$ cách), hoặc toa An, Bình thêm đúng 3 người (40 cách), hoặc toa còn lại nhận cả 5 người (1 cách). Số cách: $6.(243 - 40 - 40 - 1) = 6.162 = 972$.

Trường hợp 2: Duy không cùng toa với Cường, khi đó Duy ở riêng 1 toa: 3 cách. An, Bình, Cường và 5 người khác lên 2 toa còn lại. Chọn toa cho An: 2 cách. Gọi k là số người khác lên toa của An.

- Bình, Cường cùng toa với An: toa của An có $3+k$ người, toa kia có $5-k$ người. Toa có đúng 5 người khi $k=2$ hoặc $k=0$, nên số cách là $2^5-C_5^2-C_5^0=21$.

- Đúng một trong hai bạn Bình, Cường cùng toa với An (2 cách): toa của An có $2+k$ người, toa kia có $6-k$ người. Toa có đúng 5 người khi $k=3$ hoặc $k=1$, nên số cách là $2^5-C_5^3-C_5^1=17$.

Số cách: $3.2.(21+2.17)=330$.

Vậy có $972+330=1302$ cách. Đáp án: 1302.

Câu 2. Điều kiện $x>0$, $y>0$. Đặt $u=x+2^{y-1}>0$ thì $2x=2u-2^y$, giả thiết trở thành $2^y+y=2u-2^y+\log_2 u \Leftrightarrow 2u+\log_2 u=2.2^y+\log_2\left(2^y\right)$.

Hàm số $g(t)=2t+\log_2 t$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên $u=2^y$, suy ra $x=2^y-2^{y-1}=2^{y-1}$.

Khi đó $P=\dfrac{2^{y-1}}{y}=h(y)$ với $y>0$; $h'(y)=\dfrac{2^{y-1}(y\ln 2-1)}{y^2}$, $h'(y)=0\Leftrightarrow y=\dfrac{1}{\ln 2}=\log_2 e$.

Lập bảng biến thiên, $\min P=h\left(\log_2 e\right)=\dfrac{2^{\log_2 e-1}}{\log_2 e}=\dfrac{e\ln 2}{2}\approx 0,94$. Đáp án: 0,94.

Câu 3. $v(t)=s'(t)=-2t+10$. Ô tô dừng hẳn khi $v(t)=0\Leftrightarrow t=5$. Đáp án: 5.

Câu 4. Gọi k là số lần giảm giá vé ($k\in\mathbb{N}$, $0\le k\le 20$). Khi đó giá vé là $40-2k$ (nghìn đồng), số khách là $1000+100k$.

Doanh thu $R(k)=(40-2k)(1000+100k)=-200k^2+2000k+40000=45000-200(k-5)^2\le 45000$ (nghìn đồng).

Doanh thu lớn nhất khi $k=5$, khi đó giá vé là $40-2.5=30$ (nghìn đồng). Đáp án: 30.

Câu 5. Chọn hệ trục Oxy với gốc O là tâm elip, trục Ox chứa trục lớn (chiều dương hướng sang phải), trục Oy chứa trục bé (chiều dương hướng lên) như hình vẽ. Elip có độ dài trục lớn bằng 10, độ dài trục bé bằng 8 nên có phương trình $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$, hai tiêu điểm là $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$ (vì $\sqrt{25-16}=3$).

Các đường thẳng qua tiêu điểm song song với trục bé là $x=-3$, $x=3$, suy ra $A\left(-3;\dfrac{16}{5}\right)$, $B\left(3;-\dfrac{16}{5}\right)$.

Đồ thị hàm số bậc ba nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng nên $f(-x)=-f(x)$ với mọi x, suy ra $b=d=0$, $f(x)=ax^3+cx$.

Nửa dưới của elip là đồ thị hàm số $y=-\frac{4}{5}\sqrt{25-x^2}$, có $y'=\frac{4x}{5\sqrt{25-x^2}}$, tại $x=3$ thì $y'=\frac{3}{5}$.

Đồ thị hàm số $f(x)$ tiếp xúc với elip tại B nên $\begin{cases} f(3)=-\frac{16}{5} \\ f'(3)=\frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 27a+3c=-\frac{16}{5} \\ 27a+c=\frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{5}{54} \\ c=-\frac{19}{10} \end{cases}$ (do tính đối xứng, đồ thị cũng tiếp xúc với elip tại A).

Vậy $S=a+b+c+d=\frac{5}{54}-\frac{19}{10}=-\frac{244}{135}\approx -1,8$. Đáp án: $-1,8$.

Câu 6. Đặt $SA=AB=a$. Ta có $BC\perp(SAB)$ nên tam giác SBC vuông tại B, $SB=a\sqrt{2}$, $SC=\sqrt{SB^2+BC^2}=a\sqrt{3}$.

Kẻ $BH\perp SC$ tại H. Hai tam giác SBC và SDC bằng nhau ($SB=SD$, $BC=DC$, SC chung) nên $DH\perp SC$. Do đó số đo góc nhị diện $[B,SC,D]$ bằng $\widehat{BHD}$.

$BH=DH=\frac{SB.BC}{SC}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$, $BD=a\sqrt{2}$.

$\cos\widehat{BHD}=\frac{BH^2+DH^2-BD^2}{2BH.DH}=\frac{\frac{2a^2}{3}+\frac{2a^2}{3}-2a^2}{2.\frac{2a^2}{3}}=-\frac{1}{2}$, suy ra $\widehat{BHD}=120^\circ$. Đáp án: 120.

---------- HẾT ----------